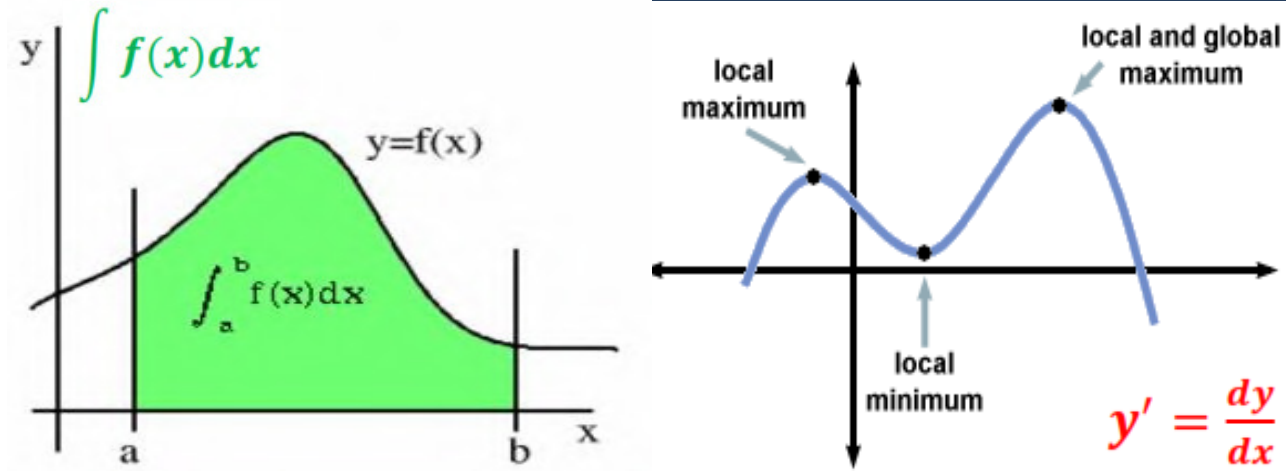




جامعة الإمام عبد الرحمن بن فيصل  
IMAM ABDULRAHMAN BIN FAISAL UNIVERSITY  
وكالة الجامعة للدراسات العليا والبحث العلمي  
Vice Presidency for Postgraduate Studies and Scientific Research

# الرياضيات البحتة وتطبيقات اقتصادية وإدارية ومالية

د / محمد تركي



الطبعة الأولى

أهتم هذا الكتاب بدراسة أساسيات الرياضيات البحتة وبعض تطبيقاتها الاقتصادية والإدارية والمالية ويتكون الكتاب من خمسة عشر فصلاً كالتالي: الفصل الأول تناول المجموعات والعمليات عليه والفصل الثاني قدم مجموعات الأعداد حتى الأعداد الحقيقية والعمليات على فترات الأعداد الحقيقية كما استعرض الفصل الثالث الحدود والمقادير الجبرية والعمليات الجبرية عليها والفصل الرابع تمت دراسة تحليل المقادير الجبرية واستعرض الفصل الخامس المعادلات والمتباينات والفصل السادس قدم قواعد الأسس واللوغاريتمات واستعرض الفصل السابع المتتابعات الحسابية والهندسية كما تناول الفصل الثامن المحددات والمصفوفات وتم دراسة مفهوم العلاقة والدالة وبعض الدوال الحقيقية وخواصها في الفصل التاسع واستعرض الفصل العاشر معادلات الخط المستقيم وتطبيقاتها الاقتصادية وقدمنا في الفصل الحادي عشر الرياضيات المالية (الفائدة البسيطة والفائدة المركبة) وتطرق الفصل الثاني عشر إلى نهاية الدوال الحقيقية واتصال الدوال الحقيقية عند نقطة وتناول الفصل الثالث عشر قواعد التفاضل وتطبيقاتها الاقتصادية والإدارية وتناول الفصل الرابع عشر قواعد التكامل وتطبيقاته الاقتصادية والإدارية واستعرض الفصل الخامس عشر المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى

عنوان المركز (مركز النشر العلمي - المملكة العربية السعودية)

صندوق بريد: 1982 الرمز البريدي: 31441

البريد الإلكتروني: publisher@iau.edu.sa

الموقع الإلكتروني: www.iau.edu.sa

ج) جامعة الامام عبدالرحمن بن فيصل ، ١٤٤٢ هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

جامعة الامام عبد الرحمن بن فيصل  
الرياضيات البحتة وتطبيقات اقتصادية وإدارية ومالية. / جامعة  
الامام عبد الرحمن بن فيصل .- الدمام ، ١٤٤٢ هـ

..ص ؛ .سم

ردمك: ٩٧٨-٦٠٣-٩١٤٢٤-٤-٧

١- الرياضيات أ.العنوان

١٤٤٢/١٤٤

ديوي ٥١٠

رقم الإيداع: ١٤٤٢/١٤٤

ردمك: ٩٧٨-٦٠٣-٩١٤٢٤-٤-٧

(ملاحظة): لا يتم طباعة الجزء الأسفل مع بطاقة الفهرسة

تأمل مكتبة الملك فهد الوطنية تطبيق ما ورد في نظام الإيداع بشكل  
معياري موحد ، و من هنا يتطلب تصوير الجزء الاعلى بالأبعاد  
المقننة نفسها خلف صفحة العنوان الداخلية للكتاب ، كما يجب طباعة  
الرقم الدولي المعياري ردمك مرة أخرى على الجزء السفلي الأيسر  
من الغلاف الخلفي الخارجي .  
و ضرورة ايداع نسختين من العمل في مكتبة الملك فهد الوطنية فور  
الانتهاء من طباعته، بالإضافة الى ايداع نسخة الكترونية من العمل  
مخزنة على قرص مدمج (CD) وشكرا ،،،

# الرياضيات البحتة وتطبيقات اقتصادية وإدارية ومالية

إعداد

د محمد تركي

أستاذ الرياضيات والإحصاء المساعد  
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع  
جامعة الإمام عبد الرحمن بن فيصل



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

قال تعالى:

((وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا))

((وَمَا أُوتِيتُمْ مِّنَ الْعِلْمِ إِلَّا قَلِيلًا))

((قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا ۚ إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ))

صدق الله العظيم

## إهداء

أهدي هذا الكتاب إلى أمي الحبيبة؛ التي لا تقدر بثمن؛ رمز الحب والعطاء، والتي كان ومازال دعاؤها سر نجاحي وأعلى الحبايب، وإلى أبي العزيز الذي لا يكره الزمن السند والقلب الكبير. أهدي هذا الكتاب إلى أسرتي الصغيرة زوجتي العزيزة رفيقة دربي؛ حملت معي الرسالة بكل شجاعة، وإلى أولادي وقررة عيني أحمد ورؤى وأنس.

أهدي هذا الكتاب إلى روح جدتي الغالية على قلبي، والتي غمرتني بحبها وحنانها من لحظة وجوي في هذه الدنيا، وروح جدي العزيز القيمة والقامة وقدوتي التي تعلمت منه الكثير.

## مقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف الخلق أجمعين؛ سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه أجمعين.

الحمد لله رب العالمين الذي وفقني في إعداد هذا الكتاب (الرياضيات البحتة وتطبيقات اقتصادية وإدارية ومالية) وتأليفه ويسعدني أن أقدمه إلى طلاب الجامعات والمعاهد العليا.

وعند تأليف هذا الكتاب روعي أن يكون مرجعا شاملا ليغطي موضوعات الرياضيات البحتة التي تدرس في أغلب الجامعات والمعاهد العليا، كما تم تدعيم الكتاب بعدد وافر من التطبيقات المختلفة والمهمة منها تطبيقات اقتصادية وإدارية ومالية، حيث استعرض دراسة المجموعات والعمليات عليها، ودراسة مجموعات الأعداد والفترات على الأعداد الحقيقية والعمليات عليها.

كما تطرق الكتاب إلى تناول الحدود والمقادير الجبرية والعمليات الجبرية عليها، وأيضا تحليل المقادير الجبرية وبعض التطبيقات عليها، كما تم عرض قوانين الأسس وقواعد اللوغاريتمات وتطبيق كل منها.

كما استعرض الكتاب دراسة المعادلات وطرق حلها، ومنها معادلات الدرجة الأولى في مجهول واحد ومعادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد، بالإضافة إلى معادلة الدرجة الأولى في مجهولين، وحل معادلتين من الدرجة الأولى في مجهول وحل متباينات الدرجة الأولى

كما تناول الكتاب دراسة المتتابعات الحسابية والهندسية، وقدم تطبيقات حياتية متنوعة عليها، وتناول أيضا المحددات منها محددات الدرجة الثانية والثالثة، وكيفية استخدامها في حل نظام من المعادلات (طريقة كرامر)، ودراسة المصفوفات، وأنواعها، والعمليات عليها.

كما قدم الكتاب مفهوم العلاقة والدالة، وعددا من الدوال الحقيقية ودراستها من حيث إيجاد المجال والمدى، وإيجاد فترات التزايد والتناقص، وتحديد نوعها من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك، ومعادلات الخط المستقيم المختلفة وتطبيقاتها الاقتصادية.

ولأهمية الرياضيات المالية في الحياة؛ فقد قدمنا في الكتاب مفهوم الفائدة البسيطة والفائدة المركبة، وكيفية حساب كل منهما، كما قدم الكتاب أيضا نهايات الدوال الحقيقية، ودراسة اتصال الدوال الحقيقية عند نقطة.

ونظرا إلى الأهمية القصوى التي يحظى بها التفاضل، فقد تناول الكتاب قواعد التفاضل وتطبيقاته المختلفة الاقتصادية والإدارية منها، ودراسة قواعد التكامل المحدود وغير المحدود وتطبيقاته الاقتصادية والإدارية، وإيجاد المساحات باستخدام التكامل، ودراسة المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأول وطريقة حلها بفصل المتغيرات.

وفي الختام لا يسعني إلا تقديم الشكر والتقدير لكل من ساعدني في إخراج هذا الكتاب، كل أحد باسمه وأخص بالشكر والتقدير والعرفان أستاذي ومعلمي الأول الأستاذ الدكتور حسن أحمد زيدان، وأستاذي العزيز ووالدي الثاني الدكتور مجدي أحمد محمد أحمد، والأستاذ الدكتور



عبد الوهاب عباس رجب الذي تعلمت منه الكثير والأستاذ الدكتور محمود عبد العزيز تونني لمساندته ودعمه وتشجيعه إياي لإنجاز هذا الكتاب، وصديقي العزيز الدكتور عمرو محمود طلبة وأستاذاي الذي علمني القراءة الكتابة في صغري الأستاذ العزيز والقدير بكري شوشة وفي النهاية أتمنى أن أكون قد وفقت في إعداد هذا الكتاب وإخراجه بالشكل اللائق وأن يكون عوناً وسنداً لكل طالب يستعين بهذا الكتاب، وأتمنى من كل من يقرأ هذا الكتاب من طلاب أو زملاء من أعضاء هيئة التدريس ألا يبخلوا على بالنصح والإرشاد، وتنبهني إن وجد بالكتاب أية أخطاء، وللجميع مني كل الشكر والتقدير والله الموفق والمستعان.

## الفهرس

رقم الصفحة	الموضوعات	م
٢	<b>الفصل الأول: المجموعات (الفئات) - Sets</b>	١
٥	مفهوم المجموعة والعنصر	(١-١)
٦	التعبير عن المجموعة (طريقة السرد-طريقة الصفة المميزة)	(٢-١)
٨	تمثيل المجموعة بشكل فن	(٣-١)
٨	الانتماء	(٤-١)
٩	أنواع المجموعات	(٥-١)
١٠	المجموعات المتساوية	(٦-١)
١١	الاحتواء والمجموعة الجزئية	(٧-١)
١٣	تقاطع مجموعتين	(٨-١)
١٤	اتحاد مجموعتين (U)	(٩-١)
١٥	الفرق بين مجموعتين	(١٠-١)
١٦	المجموعة الشاملة	(١١-١)
١٧	مكملة المجموعة	(١٢-١)
١٩	تمارين (١)	
٢٤	<b>الفصل الثاني: الأعداد الحقيقية – Real Numbers</b>	٢
٢٧	مجموعات الأعداد	(١-٢)
٣٠	خواص العمليات على الأعداد الحقيقية	(٢-٢)
٣٢	<b>الفترات - Intervals</b>	(٣-٢)
٣٦	العمليات على الفترات	(٤-٢)
٣٩	تمارين (٢)	
٤٢	<b>الفصل الثالث: الحدود والمقادير الجبرية</b>	٣
٤٥	مفهوم الحد الجبري	(١-٣)
٤٧	جمع الحدود الجبرية المتشابهة وطرحها	(٢-٣)

٤٨	المقدار الجبري	(٣-٣)
٥١	جمع المقادير الجبرية وطرحها	(٤-٣)
٥٦	ضرب الحدود الجبرية (١) ضرب حد جبري في حد جبري (٢) ضرب حد جبري في مقدار جبري	(٥-٣)
٥٩	ضرب المقادير الجبرية (١) ضرب مقدار مكون من حدين في مقدار مكون من حدين	(٦-٣)
٥٩	حدين	
٦٠	(٢) ضرب مقدار مكون من حدين في مقدار آخر مكون من أكثر من حدين	
٦١	(٣) الضرب بمجرد النظر	
٦٢	(٤) حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما	
٦٣	(٥) مربع مقدار جبري مكون من حدين	
٦٤	قسمة الحدود والمقادير الجبرية	(٧-٣)
٦٤	قسمة حد جبري على حد جبري	
٦٥	قسمة مقدار جبري على حد جبري	
٦٦	قسمة مقدار جبري على مقدار جبري	
٧١	تمارين (٣)	
٨٠	<b>الفصل الرابع: تحليل المقادير الجبرية</b>	<b>٤</b>
٨٤	التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ)	(١-٤)
٨٧	تحليل الفرق بين مربعين	(٢-٤)
٨٩	تحليل الفرق بين مكعبين -مجموع مكعبين	(٣-٤)
٩١	تحليل المقدار الثلاثي	(٤-٤)
٩٨	التحليل بالتقسيم (التجزئ)	(٥-٤)
٩٩	استخدام التحليل في العمليات على الكسور النسبية	(٦-٤)
١٠٢	تمارين (٤)	

١.٦	<b>الفصل الخامس: المعادلات والمتباينات</b>	<b>٥</b>
١.٩	المعادلات - Equations	(١-٥)
١.٩	معادلات الدرجة الأولى في مجهول واحد	(٢-٥)
١١٣	معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد	(٣-٥)
١١٨	القانون العام لحل المعادلة التربيعية	(٤-٥)
١٢١	حل معادلة الدرجة الأولى في مجهولين	(٥-٥)
١٢٤	حل معادلتين من الدرجة الأولى في مجهولين جبرياً	(٦-٥)
١٣١	<b>المتباينات - Inequalities</b>	
١٣١	حل المتباينة متباينة الدرجة الأولى في مجهول واحد في $R$	(٧-٥)
١٣٦	القيمة المطلقة (المقياس)	(٨-٥)
١٣٧	حل معادلات المقياس (القيمة المطلقة)	(٩-٥)
١٤٠	حل متباينات المقياس	(١٠-٥)
١٤٣	تمارين (٥)	
١٤٨	<b>الفصل السادس: الأسس واللوغاريتمات</b>	<b>٦</b>
١٥١	الأسس-قواعد الأسس	(١-٦)
162	اللوغاريتمات - قواعد اللوغاريتمات	(٢-٦)
169	تمارين (٦)	
١٧٢	<b>الفصل السابع المتواليات - Sequences</b>	<b>٧</b>
١٧٥	المتوالية العددية (المتوالية الحسابية) - Arithmetic Sequence	(١-٧)
١٧٦	الحد العام للمتوالية للعددية $T_n$	(٢-٧)
١٧٨	إيجاد مجموع عدد حدود من المتوالية العددية	(٣-٧)
١٨٠	تعيين المتتابعة العددية	(٤-٧)
١٨١	الوسط الحسابي للعددين - <b>Arithmetic Mean</b>	(٥-٧)
١٨٢	إدخال عدد من الأوساط الحسابية بين كمتين	(٦-٧)
186	تطبيقات على المتوالية العددية	(٧-٧)

١٨٨	المتوالية الهندسية	(٩-٧)
١٨٩	تعيين المتتابة الهندسية	(١٠-٧)
١٩١	الحد العام للمتتابة الهندسية	(١١-٧)
١٩٦	الوسط الهندسي لعددتين - <b>Geometric Mean</b>	(١٢-٧)
١٩٧	إدخال عدد من الأوساط الهندسية كميتين معلومتين	(١٣-٧)
١٩٨	إيجاد مجموع $n$ حدا من حدود المتتابة الهندسية	(١٤-٧)
٢٠١	مجموع المتوالية الهندسية إلى مالا نهاية	(١٥-٧)
٢٠٣	تطبيقات على المتتابة الهندسية	(١٦-٧)
٢٠٥	تمارين (٧)	
٢١٢	<b>الفصل الثامن: المحددات والمصفوفات</b>	<b>٨</b>
٢١٥	المحددات	(١-٨)
216	قيمة محدد الدرجة الثانية	(٢-٨)
217	محدد الدرجة الثالثة $3 \times 3$	(٣-٨)
221	خواص المحددات	(٤-٨)
223	حل نظام من المعادلات باستخدام المحددات (طريقة كرامر)	(٥-٨)
226	المصفوفات - <b>Matrices</b>	(6-٨)
٢٢٧	اشكال وأنواع المصفوفات	(٧-٨)
٢٣١	العمليات على المصفوفات- <b>Operations on Matrices</b>	(٨-٨)
٢٣١	١) جمع طرح المصفوفات	
٢٣١	خصائص عملية جمع المصفوفات	
٢٣٣	٢) ضرب المصفوفات - <b>Multiplication of Matrices</b>	
٢٣٤	ضرب مصفوفتين	
٢٣٥	مقلوب المصفوفة - <b>Inverse Matrix</b>	(٩-٨)
٢٣٩	حل المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات (معكوس المصفوفة)	(١٠-٨)
٢٤٤	تمارين (٨)	

٢٤٦	<b>الفصل التاسع: العلاقة والدالة – الدوال الحقيقية</b>	<b>٩</b>
٢٤٩	حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين	(١-٩)
٢٤٩	الزوج المرتب -تساوي زوجين مرتبين	(٢-٩)
٢٥١	حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين	(٣-٩)
٢٥٣	الشبكة التربيعية المتعامدة	(٤-٩)
٢٥٤	العلاقة والدالة	(٥-٩)
٢٥٦	الدوال كثيرات الحدود	(٦-٩)
٢٥٦	(١) الدالة الثابتة	
٢٥٨	(٢) الدالة الخطية	
٢٦١	(٣) الدالة التربيعية	
٢٦٦	(٤) الدالة التكعيبية	
٢٦٩	(٥) دالة القيمة المطلقة (دالة المقياس)	
٢٧٣	(٦) الدالة الكسرية	
٢٧٧	(٧) مجال الدالة الكسرية	
٢٧٨	(٨) الدالة الجذرية	
٢٧٩	(٩) الدالة الآسية	
٢٨٠	(١٠) الدالة اللوغاريتمية	
٢٨٢	(١١) الدالة العكسية ( <b>Inverse function</b> )	
283	(١٢) الدالة الصريحة والدالة الضمنية	
٢٨٥	العمليات على الدوال وتركيب (تحصيل) الدوال	
٢٨٧	(١٣) الدوال المثلثية	
٢٨٨	(١٤) مقلوبات الدوال المثلثية	
٢٨٩	تزايد وتناقص الدالة على فترة	(٧-٩)
٢٩١	الدالة الفردية والدالة الزوجية (جبريا)	(٨-٩)
٢٩٣	تمارين (٩)	
٣٠٠	<b>الفصل العاشر: معادلات الخط المستقيم وتطبيقاتها</b>	<b>١٠</b>

	<b>الاقتصادية</b>	
٣.٣	ميل الخط المستقيم	(١-٩)
٣.٧	الحالات المختلفة لمعادلة الخط المستقيم	(٢-٩)
٣١١	تطبيقات اقتصادية وتجارية على الخط المستقيم	(٣-٩)
٣١٢	تمارين (١٠)	(٤-٩)
٣١٤	<b>الفصل الحادي عشر: الرياضيات المالية</b>	<b>١١</b>
٣١٧	الفائدة البسيطة	(١-١١)
٣٢٤	الفائدة المركبة	(٢-١١)
٣٢٧	تمارين (١١)	
٣٣٠	<b>الفصل الثاني عشر: النهايات والاتصال</b>	<b>١٢</b>
٣٣٣	نهاية الدوال الحقيقية	(١-١٢)
٣٣٧	نهاية الدالة عند نقطة	(٢-١٢)
٣٤١	نهاية الدالة باستخدام القانون	(٣-١٢)
٣٤٢	نهاية الدالة عند اللانهاية	(٤-١٢)
٣٤٥	نهاية الدوال المثلثية	(٥-١٢)
٣٤٥	نهاية الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة	(٦-١٢)
٣٤٨	<b>الاتصال (اتصال الدالة)</b>	
٣٤٨	اتصال الدالة عند نقطة	(٨-١٢)
٣٥٢	اتصال الدالة المعرفة بقاعدتين	(٩-١٢)
٣٥٤	تمارين (١٢)	
٣٥٨	<b>الفصل الثالث عشر: التفاضل وتطبيقاته</b>	<b>١٣</b>
٣٦١	قواعد الاشتقاق (التفاضل)	(١-١٣)
٣٦٤	المشتقة الأولى لحاصل ضرب دالتين	(٢-3)
٣٦٥	المشتقة الأولى لخارج قسمة دالتين	(٣-13)
٣٦٦	مشتقة الدالة الآسية	(٤-13)
٣٦٦	مشتقة الدالة اللوغاريتمية	(٥-13)

٣٦٧	تفاضل الدوال المثلثية الأساسية ومقلوباتها	(٦-١٣)
٣٧١	مشتقة الدالة الضمنية	(٧-١٣)
٣٧٣	مشتقة دالة الدالة - قاعدة السلسلة (Chain Rule)	(٨-١٣)
٣٧٥	المشتقات من الرتب العليا	(٩-١٣)
٣٧٦	التفاضل الجزئي	(١٠-١٣)
٣٧٨	تطبيقات التفاضل	(١١-١٣)
٣٧٨	١) إيجاد ميل المماس (m)	
٣٨٠	٢) إيجاد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند نقطة التماس	
٣٨١	٣) النهاية العظمى أو النهاية الصغرى للدالة	
٣٨٢	٤) فترات التزايد والتناقص للدالة	
٣٨٤	٥) فترات التحدب لأعلي والتحدب لأسفل-نقط انقلاب للدالة	
٣٨٧	بعض التطبيقات الاقتصادية على التفاضل	(١٠-١٣)
٣٩٠	١) القيمة العظمى أو الصغرى لدالة الايراد أو لدالة الربح	
٣٩١	٢) مرونة الطلب السعرية	
٣٩٣	تمارين (١٣)	
٣٩٨	<b>الفصل الرابع عشر: التكامل وتطبيقاته</b>	<b>١٤</b>
٤٠١	التكامل غير المحدود	(١-١٤)
٤٠١	قواعد التكامل غير المحدود	
٤٠٧	تكامل الدوال المثلثية	
٤٠٨	التكامل بالتجزئ	(٢-١٤)
٤١١	التكامل المحدود	(٣-١٤)
٤١٣	تطبيقات على التكامل	
٤١٣	إيجاد المساحة أسفل منحنى الدالة	
٤١٤	تطبيقات تجارية	(٤-١٤)
٤١٦	تمارين (١٤)	



٤٢.	<b>الفصل الخامس عشر: المعادلات التفاضلية</b>	<b>١٥</b>
٤٢٣	أنواع المعادلات التفاضلية	(١-١٥)
٤٢٤	تصنيف المعادلات التفاضلية	(٢-١٥)
٤٢٦	حل المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولي والدرجة الأولي	(٣-١٥)
٤٢٧	تمارين (١٥)	
٤٣.	<b>تمارين عامة</b>	<b>١٦</b>
٤٤٤	<b>المراجع</b>	